



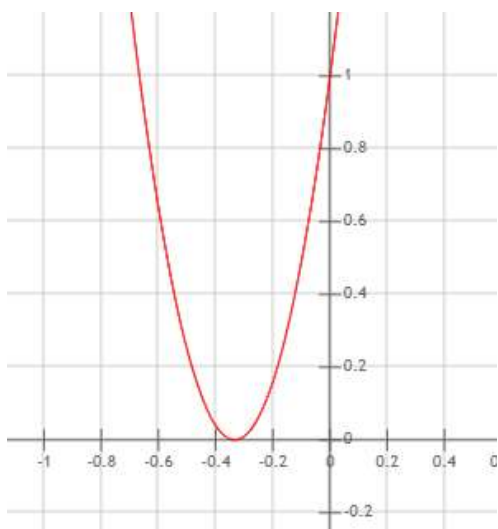
I Międzyszkolny Konkurs Matematyczny „Mistrz Dowodu” 5.04.2019

KOD	
Liczba kartek	

1. Kolejność rozwiązywania zadań jest dowolna.
2. Strony proszę ponumerować i wpisać do tabelki liczbę oddanych kartek.

Zadanie 1. Wskaż i uzasadnij błąd w dowodzie.

Dla dowolnej liczby rzeczywistej ujemnej prawdziwa jest nierówność $9x + \frac{1}{x} \leq -6$.



$$9x + \frac{1}{x} \leq -6 / \cdot x$$

$$9x^2 + 1 \leq -6x$$

$$9x^2 + 6x + 1 \leq 0$$

$$(3x + 1)^2 \leq 0$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

Zadanie 2.

Wykaż, że liczba $4^{2020} + 4^{2019} + 4^{2018} + 4^{2017}$ jest podzielna przez 5.

Zadanie 3.

Udowodnij, że dla dowolnych liczb nieujemnych a, b, c prawdziwa jest nierówność

$$(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc.$$

Zadanie 4.

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność

$$4x^2 - 8xy + 5y^2 \geq 0.$$

Zadanie 5.

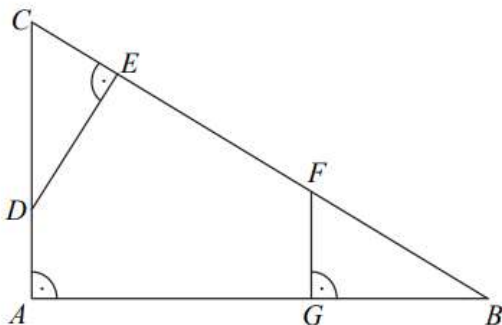
W kwadracie $ABCD$, w którym punkt E jest środkiem boku CD , poprowadzono przekątną BD i odcinek AE , które przecięły się w punkcie P . Uzasadnij, że suma pól trójkątów ABP i DEP stanowi $\frac{5}{12}$ pola kwadratu $ABCD$.

Zadanie 6.

Dany jest trójkąt prostokątny ABC . Na przyprostokątnych AC i AB tego trójkąta obrano odpowiednio punkty D i G . Na przeciwprostokątnej BC wyznaczono punkty E i F takie, że

$$|\sphericalangle DEC| = |\sphericalangle BGF| = 90^\circ.$$

Wykaż, że trójkąt CDE jest podobny do trójkąta FBG .



POWODZENIA 😊

